

Sistema francês de amortização: existe controvérsias?

Alexandre Augusto Gimenes Marquez

Bacharel em Ciências Contábeis, Especialista em Auditoria, Perícia e Gestão Tributária
alexandreperitocontador@hotmail.com

Denise de Melo Marquez

Bacharel em Ciências Contábeis, Especialista em Contabilidade e Controladoria
Contadora - CRC/MG 070.104 O
marquezdenise@hotmail.com

Adeilson Brabosa Soares

Professor Assistente da Faculdade de Ciências Contábeis da UFU
adeilsonbs@hotmail.com

Vidigal Fernandes Martins

Professor Adjunto da Faculdade de Ciências Contábeis da UFU
Conselheiro do CRCMG - Contador CRCMG 064500 - Brasil
vidigal@ufu.br

RESUMO

O Sistema Francês de Amortização - SFA, conhecido como método da Tabela *Price* é objeto disputas judiciais, quanto à capitalização ou não de juros, e no meio acadêmico formou-se duas correntes de pensamento sobre a matéria. O objetivo então deste trabalho foi demonstrar que a fórmula utilizada no SFA decorre dos conceitos de montantes a juros capitalizados e da análise de exemplo aleatório, demonstrar ainda que o valor dos juros no SFA corresponde ao valor dos juros incidentes sobre o saldo do fluxo de moedas em regime de capitalização simples acrescido de juros sobre o saldo acumulado de juros acumulados. O trabalho transcorreu sob o tipo de pesquisa exploratória, e quanto aos procedimentos, através de pesquisa bibliográfica. Metodologicamente o estudo se classifica como método dedutivo por intermédio de uma cadeia de raciocínio, de análise do geral para o particular, com a conclusão quanto à capitalização de juros no SFA, Esta se sustentando na relação entre um modelo de soma dos desembolsos de um mutuário e outro um modelo desenvolvido pelo método do SFA no qual o mutuário desembolsa uma determinada diferença, modificando unicamente o método do sistema de amortização. Inferindo-se que um capital amortizado em prestações mensais iguais é mais oneroso ao mutuário quando praticado pelo SFA em comparação a um Sistema de Amortização a Juros Simples e que tal diferença decorre de capitalização de juros.

Palavras-Chave: Sistema Francês de Amortização; Tabela *Price*; Capitalização.

RESUMEN

El sistema francés del amortización (SFA), conocido como el método de tabla de precios, es objeto de numerosas disputas jurídicas, en relación a la capitalización o no de intereses, y en el ámbito académico se han formado dos corrientes de pensamiento sobre la materia. El objetivo de este estudio es demostrar que la fórmula utilizada en SFA sigue los conceptos de cantidades de intereses capitalizados y el análisis de la muestra aleatoria. También se demuestra que la cantidad de interés en SFA coincide con el valor de los intereses sobre el saldo del flujo monetario en virtud de un interés simple, más la capitalización en el saldo acumulado de los intereses devengados. El trabajo realiza una investigación exploratoria sobre procedimientos a través de una revisión de la literatura. Metodológicamente este estudio se clasifica como deductivo -a través de una cadena de razonamiento-, del análisis general al particular. La conclusión en relación a la capitalización de intereses sobre el SFA, se apoya en la relación entre la suma de los desembolsos modelo de un prestatario y otro un modelo desarrollado por la SFA en los que el prestatario paga una cierta diferencia, sólo la modificación del método de sistema de amortización. Inferir que un capital amortizado en cuotas mensuales iguales es más costoso para el prestatario cuando se practica por el SFA en comparación con un sistema del simple interés de Amortización y que esta diferencia se debe a la capitalización de intereses.

Palabras clave: Sistema de amortización francés, Tabla de precios; capitalización.

1. INTRODUÇÃO

O Sistema Francês de Amortização - SFA é largamente utilizado nos empréstimos de Crédito Direto a Consumidor – CDC financiamento de veículos, financiamento para aquisição da casa própria no âmbito do Sistema Financeiro da Habitação – SFH e outros mútuos resgatados em parcelas periódicas de igual valor.

Além do SFA outros sistemas de amortização são utilizados pelos integrantes do Sistema Financeiro Nacional na concessão de empréstimos entre os quais o Sistema de Amortização Constante – SAC, Sistema de Amortização Crescente - SACRE e Sistema de Amortização Misto – SAM. O foco do presente trabalho fica limitado ao SFA.

O SFA é objeto de ferrenhas disputas no meio judiciário cujo objetivo é concluir se o método em questão capitaliza ou não capitaliza juros.

No meio acadêmico formou-se duas correntes de pensamento uma que conclui que o SFA não capitaliza juros e outra corrente que conclui que ocorre a capitalização de juros.

Em sua clássica apresentação no SFA os juros são calculados período a período e confrontados com o valor da prestação para se obter a cota de amortização. O saldo devedor corresponde sempre ao valor do saldo anterior deduzido do valor da cota de amortização do período. Em face da amortização do saldo devedor e conseqüente redução

da base de cálculo dos juros a cada período tem-se que neste método por serem constantes as prestações as cotas de amortização são crescente e as cotas de juros são decrescentes.

Conforme descrito no parágrafo anterior sem uma análise profunda não há como perceber a composição de juros sobre juros, pois aparentemente os juros não foram agregados ao saldo devedor que em tese sofre influência somente da cota de amortização.

A corrente dos que afirmam que o SFA não capitaliza juros afirmam que se os juros, por serem decotados do valor da prestação, são quitados a cada período e, portanto destes não se contam novos juros.

Recorrem também ao disposto no art. 354 do Código Civil – CC: “*Havendo capital e juros, o pagamento imputar-se-á primeiro nos juros vencidos, e depois no capital, salvo estipulação em contrário, ou se o credor passar a quitação por conta do capital.*” – BRASIL 2002.

Bem mais complexo é o raciocínio utilizado para demonstrar a capitalização de juros no SFA que precisa se afastar do mecanismo periódico para proceder a uma análise combinada de todos os elementos envolvidos no SFA. Os elementos listados a seguir são utilizados para demonstrar a capitalização de juros no SFA.

A análise do fluxo monetário existente entre mutuário e mutuante, qual seja o numerário entregue inicialmente pelo mutante ao mutuário e o resgate deste em prestações periódicas de igual quantia entregues pelo mutuário ao mutuante revela que a soma das prestações importa em valor superior ao capital mutuado, esta diferença decorre da incidência de juros que se analiticamente estudados revelam a capitalização de juros à taxa nominal pactuada.

Ao final de cada período o saldo devedor corresponde ao saldo final do período anterior acrescido dos juros e deduzidos do valor da prestação, restando nítida a integração dos juros ao capital.

A fórmula do SFA, a que é utilizada para o cálculo do valor da prestação, a mesma utilizada na elaboração da Tabela *Price*, decorre da igualdade entre a fórmula do montante de um capital a juros compostos com a fórmula do montante de uma série de pagamentos uniformes a juros capitalizados, o que é um forte elemento para se concluir pela capitalização de juros.

O cálculo tabular do montante de um capital submetido a juros à taxa i em regime de capitalização periódica por n períodos resulta em um dado valor que é idêntico ao valor do cálculo tabular do montante das prestações submetidas a juros à taxa n em regime de capitalização periódica por “ n ” períodos.

2. PROBLEMA E OBJETIVO

Os contadores, por sua formação acadêmica, são chamados para atuarem como peritos, para suprir a deficiência de conhecimento técnico específico dos magistrados, entre outras, em situações em que necessário se faz concluir se o SFA ou método da Tabela *Price* capitaliza juros, fato suficiente a justificar a dedicação ao tema.

Existem duas poderosas correntes de pensamento com fortes argumentos que concluem em sentidos antagônicos, portanto, o contador quando nomeado para exercer a função de perito do juízo deve estar seguro quanto a sua convicção técnica.

O objetivo deste trabalho é demonstrar a partir de um estudo bibliográfico e de modo empírico/matemático que o SFA capitaliza juros e ao final apresentar um sistema de amortização a juros simples com prestações constantes como modelo alternativo. Em face da proposta, as análises estarão limitadas aos sistemas com pagamentos postecipados.

3. METODOLOGIA

Quanto à natureza o presente trabalho adotou a metodologia aplicada com o objetivo de gerar conhecimentos para aplicação prática dirigida à solução de problemas específicos. A abordagem utilizada foi quantitativa, pois por tratar-se de uma situação específica da matemática financeira objetivou-se a quantificação dos elementos envolvidos.

Do ponto de vista de seus objetivos o trabalho adotou a abordagem exploratória por visar proporcionar maior familiaridade com o problema com vistas a torná-lo explícito. Envolveu levantamento bibliográfico e a análise de exemplos que estimulem a compreensão. Assumiu a forma de Pesquisa Bibliográfica.

Quanto ao método o estudo adotou a forma de Método Dedutivo, o método proposto pelos racionalistas Descartes, Spinoza e Leibniz que pressupõe que só a razão é capaz de levar ao conhecimento verdadeiro. O raciocínio dedutivo tem o objetivo de explicar o conteúdo das premissas. Por intermédio de uma cadeia de raciocínio em ordem descendente, de análise do geral para o particular, chega a uma conclusão. Usa o silogismo, construção lógica para, a partir de duas premissas, retirar uma terceira logicamente decorrente das duas primeiras, denominada de conclusão.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

Com repercussão na vida de diversos indivíduos, famílias e empresas os tribunais pátrios tem ofertado decisões conflitantes quando a questão é resolver se no Sistema Francês de Amortização – SFA, ou método da Tabela *Price*, ocorre capitalização de juros, e esta controvérsia delimita e justifica o foco do presente trabalho no SFA razão pela qual não são abordados os demais métodos de amortização a juros compostos.

4.1 Jurisprudências em sentidos antagônicos

No sentido de que ocorre capitalização de juros na Tabela *Price* ou SFA o Voto vencedor da lavra do Ministro Ruy Rosado de Aguiar no Acórdão proferido no Recurso Especial Nº 446.916 – RS (2002/0080910-5) transcreve pronunciamento do egrégio Superior Tribunal de Justiça - STJ nos seguintes termos:

“Não resta dúvida quanto à inadmissibilidade da cobrança capitalizada de juros em contrato vinculado ao Sistema Financeiro da Habitação, procedendo integralmente a argumentação recursal nesse sentido. Todavia, mantenho a decisão atacada por outros fundamentos. É que o mecanismo de amortização mensal dos juros, embutidos no valor da prestação de amortização do capital, gera efeito idêntico ao de capitalização. Esse efeito-capitalização, é consequência de um sistema em que os juros são pagos antecipada ou periodicamente. Especificamente com relação ao Sistema Financeiro da Habitação, há previsão expressa de cobrança mensal de juros, conforme art. 6º da Lei nº 4.380 ao dispor que 'ao menos parte do financiamento, ou do preço a ser pago, seja amortizado em prestações mensais sucessivas, de igual valor, antes do reajustamento, que incluam amortizações e juros.”

Em sentido diverso seja o Acórdão a seguir, ou seja, de que não ocorre capitalização de juros na Tabela Price, proferido nos autos da Apelação Cível AC 14709 GO 1998.35.00.014709-2 de relatoria da Desembargadora Federal Maria Isabel Galloti Rodrigues em 06/11/2006.

“5. Inexistência de capitalização de juros atestada pela perícia. A aplicação da “Tabela Price” não implica capitalização de juros. Precedentes desta Corte”.

4.2 Divergências de opinião no meio acadêmico

As decisões conflitantes nos tribunais pátrios decorrem de posicionamentos dispares no meio acadêmico no qual se percebe a formação de duas correntes de opiniões, as dos que entendem que o SFA capitaliza juros e a dos que entendem que o SFA não capitaliza juros. Vários autores se posicionam no sentido de que o SFA não capitaliza juros.

“No Sistema Francês de Amortização as prestações são constantes, os juros são decrescentes e as amortizações são exponencialmente crescentes ao longo do tempo. Em defesa da validade da adoção da Tabela Price, existe a argumentação de que os juros são calculados sobre o saldo devedor apurado ao final de cada período imediatamente anterior, e, portanto, não há incidência de juros sobre juros. (DEL MAR, 2001)”.

Ainda neste mesmo sentido também se posiciona Luismar Vieira da Motta.

“Inexiste anatocismo na Tabela Price, quando utilizada como sistema de amortização de empréstimos. As regras dos sistemas de amortização combinadas com o disposto no art. 354 do CPC impedem a capitalização dos juros. Nos empréstimos, a Tabela somente é utilizada para calcular o valor das prestações.(MOTTA, 2006)”.

Ainda no meio acadêmico, já em sentido diverso, Sandrini (2007), ou seja, no sentido de que o SFA capitaliza juros, conclui pela capitalização de juros no SFA.

“Como se observa, todos os saldos devedores, iguais aos do sistema de amortização Price, contêm juros e a incidência da taxa de juros sobre esses saldos devedores caracteriza a capitalização composta: $(1,10)^2$, $(1,10)^3$, $(1,10)^4$ e $(1,10)^5$. Logo, a capitalização composta no Sistema de Amortização Price está confirmada. (SANDRINI, 2007, p. 223)”.

Outra contribuição vem de VIEIRA SOBRINHO no sentido de que o SFA contempla juros em regime de capitalização composta:

Nos casos de empréstimos ou financiamentos para pagamento em parcelas iguais, cujo sistema de cálculo apenas no Brasil é conhecido por “Sistema Price” ou simplesmente “Tabela Price”, o valor das prestações é obtido com base no critério de juros compostos. E esse fato pode ser facilmente comprovado, visto que a fórmula utilizada para o cálculo das prestações está demonstrada na maioria dos livros de matemática financeira. Não tenho conhecimento de um único país no mundo que adote juros simples para este tipo de cálculo. (VIEIRA SOBRINHO) http://www.sindecon-esp.org.br/template.php?pagina=neodownload/index&category=2&PAGE_ID=20&CONTENT_ID=27. Acesso em 19/03/2013.

4.3 Conceitos elementares

O estudo dos sistemas de amortização carece do estabelecimento dos conceitos de capital, juros, montante de um capital, montante de uma série de pagamentos, regime de capitalização simples e regime de capitalização composta.

Uma vez que para a compreensão e dedução das fórmulas do cálculo da prestação nos sistemas de amortização se dá mediante a equivalência das fórmulas do montante, do capital com o da série de pagamentos periódicos e uniformes é preciso dominar estes conceitos.

“Entende-se por capital, do ponto de vista da matemática financeira, qualquer valor expresso em moeda e disponível em determinada época.” (VIEIRA SOBRINHO, 1997, p. 20).

“[...] Convém, entretanto, esclarecer desde já que na análise dos problemas, objeto deste volume, o vocábulo capital será usado no sentido restrito de dinheiro. [...]” (CARVALHO, 1975 p. 8).

“Juro é o retorno financeiro obtido por quem formou uma poupança financeira e não pretende gastá-la hoje. Por outro lado juro é a despesa financeira paga por quem não formou uma poupança financeira e deseja adquirir bens e serviços.” (JORDÃO, 2001, p. 40).

“Juro é a remuneração do capital emprestado, podendo ser entendido, de forma simplificada como sendo o aluguel pago pelo uso do dinheiro.” (VIEIRA SOBRINHO, 1997 p. 19).

Os juros podem se apresentar em regimes de capitalização simples ou em regime de capitalização composta.

“Juros simples é o regime de capitalização e/ou descapitalização onde o capital inicial permanece constante, durante o prazo da operação financeira, com uma taxa de juros fixa, ou seja, $JUROS = CAPITAL \times TAXA \text{ DE JUROS} \times PRAZO$. Assim podemos dizer que os juros periódicos, calculados com juros simples (IGUAIS/DESIGUAIS), sendo calculados como uma porcentagem do capital. (JORDÃO, 2001, p. 40)”.

“[...] No regime de juros compostos, a remuneração ou rendimento gerado pela aplicação será incorporado a ela, passando a participar da geração do rendimento no período seguinte. Dizemos então, que os juros são capitalizados.” (SAMANEZ, 1999, p. 11).

4.4 Montantes do capital, e de uma série de pagamentos a juros simples e a juros compostos

De modo geral o montante pode ser constituído a partir de um capital ou de uma série de pagamentos, ambos sujeitos a uma determinada taxa de juros que pode ser aplicada em regime de capitalização simples ou em regime de capitalização composta.

4.4.1 Montante do capital a juros simples

No regime de capitalização simples ainda que periodicamente a taxa de juros incide sempre sobre o valor do capital inicial, pois os juros assim obtidos são somados ao capital somente ao final.

Capitalização simples é aquela em que a taxa de juros incide somente sobre o capital inicial; não incide, pois, sobre os juros acumulados. Neste regime de

capitalização a taxa varia linearmente em função do tempo, ou seja, se quisermos converter a taxa diária em mensal, basta multiplicarmos a taxa diária por 30; se desejarmos uma taxa anual, tendo a mensal, basta multiplicarmos esta por 12, e assim por diante. (VIEIRA SOBRINHO, 1997, p. 21)

O montante de um capital é igual a soma destes com os juros. Seja a demonstração de fórmula a seguir onde: S = montante; P = capital; i = taxa de juros e n = número de períodos.

$$\begin{aligned} S &= P + J \\ S &= P + P \times i \times n, \text{ visto que } J = P \times i \times n \\ S &= P(1 + i \times n) \end{aligned}$$

(VIEIRA SOBRINHO, 1997, p. 24)

4.4.2 Montante de uma renda uniforme postecipada a juros simples

O montante de uma série de pagamentos uniformes submetidos a juros em regime de capitalização simples é dado pela fórmula a seguir onde M é montante P é o valor do pagamento mensal, n é o número de pagamentos e i é a taxa de juros. $M = Pn \times \left[1 + \frac{i(n-1)}{2} \right]$

Se os pagamentos fossem postecipados, ter-se-ia, para expressão do montante, notando que a primeira prestação só começa a render juros a partir da segunda,

$$M = P[1 + i(n-1)] + P[1 + i(n-2)] + \dots + P(1+i) + P$$

$$M = P\{1 + (1+i) + \dots + [1 + i(n-2)] + [1 + i(n-1)]\} \quad (a)$$

Notando-se que a expressão entre chaves representa a soma dos termos de uma progressão aritmética crescente, calculando-a de acordo com a fórmula já conhecida.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ acha-se } S_n = \frac{1 + [1 + i(n-1)]}{2} \cdot n$$

que substituída em (a), dá

$$M = P \cdot \frac{2 + i(n-1)}{2} \cdot n \quad (100) \text{ donde } P = M \cdot \frac{2}{2 + i(n-1)n}$$

para o cálculo da prestação.
(CAVALHEIRO, 1979 p. 109).

4.4.3 Montante do capital a juros capitalizados

No regime de capitalização composta os juros são calculados mediante aplicação da taxa de juros sobre o capital inicial acrescido dos juros até então calculados nos períodos anteriores, ocorre a incidência de juros sobre juros, de onde surge a propriedade exponencial do método.

Capitalização composta é aquela em que a taxa de juros incide sobre o capital inicial, acrescido dos juros acumulados até o período anterior. Neste regime de capitalização a taxa varia exponencialmente em função do tempo.

O conceito de montante é o mesmo definido para capitalização simples, ou seja, é a soma do capital aplicado ou devido mais o valor dos juros correspondentes ao prazo da aplicação ou da dívida. (VIEIRA SOBRINHO, 1997, p. 34).

A demonstração da fórmula do montante a juros compostos é de grande importância para a compreensão da formação do montante em regime de capitalização composta.

Diz-se que um capital está colocado a juros compostos ou no regime de capitalização composta, se, no fim de cada período financeiro, previamente estipulado, o juro produzido é adicionado ao capital e passa a render juros.

Seja, então, C um capital, colocado a juros compostos à taxa unitária i relativa a certo período. Sendo Ci o juro produzido no fim do primeiro período, o montante do fim desse período será:

$$C_1 = C + Ci = C(1+i).$$

Este resultado mostra que se obtém o montante no fim de um período multiplicando-se o capital frutífero no início desse período pelo fator de capitalização 1+i. (CARVALHO, 1975, p.255)

Prosseguindo do final da transcrição acima, ainda assim acompanhando o raciocínio do referido autor tem-se a seguinte evolução para encontrar a forma do montante de um capital submetido a juros em regime de capitalização composta.

$$C_1 = C_0(1+i) \Rightarrow C_1 = C(1+i)^1$$

$$C_2 = C_1(1+i) \Rightarrow C_2 = C(1+i)^2$$

$$C_3 = C_2(1+i) \Rightarrow C_3 = C(1+i)^3$$

(...)

$$C_n = C_{n-1}(1+i) \Rightarrow C_n = C(1+i)^n$$

Assim é que a fórmula do montante de um capital a juros capitalizados é apresentada nos compêndios de matemática conforme destacado a seguir, onde M é o montante, k é o capital, i a taxa de juros e n o número de período. $M = k(1+i)^n$

4.4.4 Montante de uma série de pagamentos uniformes postecipados a juros em regime da capitalização composta

Segundo (CARVALHO, 1975) o montante de uma renda é o valor final de uma renda e corresponde a soma dos montantes de cada um dos seus termos. O montante de uma renda será obtido a juros capitalizados se cada um dos seus termos render juros em regime de capitalização. A fórmula do montante de uma renda postecipada submetida a uma taxa i por n períodos é obtida pela utilização da fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica PG.

12.5.1.1 1ª hipótese: pagamentos postecipados – Seja P o valor da prestação destinada à formação do montante M, mediante n prestações pagas no fim de cada período, sendo i a taxa de juros. É evidente que a primeira prestação só começa a render juros a partir do segundo período, sendo pois n-1 o número de períodos de capitalização que lhe corresponde. A última prestação não rende juros, dado que seu pagamento é efetuado no fim do último período. Pode-se então escrever, como expressão do montante atingido,

$$M = P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + \dots + P(1+i) + P$$

Pondo-se P em evidência e invertendo-se a ordem das parcelas, se obtêm

$$M = P \left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1} \right] \quad (a)$$

cuja soma dos termos da progressão geométrica crescente limitada, compreendida entre os colchetes, tem-se por expressão*, sendo $1+i$ a razão

$$S_n = \frac{(1+i)^n \cdot (1+i) - 1}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

a qual, substituída em (a), dá

$$M = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (105)$$

*As fórmulas da soma dos termos da progressão geométrica limitadas são, respectivamente, $S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$ para a crescente, e $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q}$ para a decrescente.

(CAVALHEIRO, 1979 p. 113).

4.5 Método da Tabela Price (sistema de amortização a juros compostos)

Com estribo no conhecimento do montante e dos regimes de capitalização de um capital e de uma série de pagamentos uniformes postecipados passa-se ao estudo do SFA.

Merece estudo o conceito do Sistema Francês de Amortização – SFA sua origem e a origem e aplicação da Tabela Price neste sistema de amortização.

A denominação Sistema de Amortização Francês origina-se do fato de esse sistema ter sido utilizado inicialmente na França, no século XIX. O sistema caracteriza-se por pagamentos do principal em prestações iguais, periódicas e sucessivas. É o mais utilizado pelas instituições financeiras e pelo comércio em geral. Como os juros incidem sobre o saldo devedor que, por sua vez, decresce à medida que as prestações são pagas, eles são decrescentes e, conseqüentemente, as amortizações do principal são crescentes.

O Sistema ou Tabela Price tem esse nome em homenagem ao economista inglês Richard Price, que incorporou a teoria dos juros composto às amortizações de empréstimos no século XVIII. Basicamente, a Tabela Price é um caso particular muito utilizado do Sistema de Amortização Francês, em que a taxa de juros é dada em termos nominais (na prática é dada em termos anuais) e as prestações tem períodos menor que aquele a taxa de juros se refere (em geral, as amortizações são pagas em base mensal). Nesse sistema, o cálculo das prestações é feito usando-se a taxa proporcional ao período a que se refere a prestação, calculada a partir da taxa nominal. (SAMANEZ, 2010, p. 156)

Em consonância com Samanez (2010), Assaf Neto (1987) confirma que o sistema de amortização da Tabela Price é um caso específico da Tabela Price:

O sistema Price de Amortização (ou Tabela Price) representa uma variante do sistema francês. Na realidade, o sistema francês, desenvolvido originalmente pelo inglês Richard Price, assumiu esta denominação pelo seu uso amplamente generalizado na França no século passado.

O sistema Price, fundamentalmente adotado quando os períodos das prestações (normalmente mensais, mas não necessariamente) se apresentam menores que o da taxa de juros, tem como característica básica o uso da taxa proporcional simples em vez da taxa equivalente composta de juros. (ASSAF NETO, 2002, p. 354)

A forma com que é apresentada o Sistema Francês de Amortização ou o Método da Tabela Price é extremamente lógica, consistente e sedutora que poucos autores comentam a inclusa capitalização de juros e muitos exaltam seus méritos como sistema de amortização.

10. Crítica ao sistema francês. – Para o devedor é o melhor sistema de pagar, pois organiza sua vida econômica de modo a poder desincumbir-se de sua obrigação.

Para o credor é o melhor sistema se ele se dedica a empréstimo de dinheiro. Se ele não estiver ramo de negócios, recebendo prestações módicas, não poderá aplica-las ficando, portanto sem o capital e sem os juros.

Podemos concluir, portanto, convindo que o sistema francês é ótimo, normalmente, para o devedor e para o credor. Representa segurança, certeza no que se deve pagar e no que se deve receber.

E é por isso que, geralmente, é ele o mais adotado.

(D'AMBRÓSIO, 1980 p.206).

A fórmula utilizada para o cálculo da prestação no SFA é obtida pela equivalência da fórmula do montante de um capital a juros em regime de capitalização composta com a fórmula do montante de uma série de pagamentos uniformes e periódicos também a juros em regime de capitalização composta.

Seja C o capital da dívida, P a prestação e n o número de prestações. Conforme vimos no parágrafo (54), o valor definitivo assumido pelas n prestações, pagas no fim de cada período, segundo a fórmula (105), do montante, para o caso de pagamentos postecipados,

$$M = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

deve equivaler ao valor final atingido pelo capital da dívida acrescido dos seus juros compostos, $M = C(1+i)^n$. Pode-se então escrever

$$C(1+i)^n = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

da qual se obtêm, para valor da prestação P,

$$P = C \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

sendo o valor de $\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

para capital unitário, dado pela tábua VIII, de Amortização. Para a expressão do capital, pode-se agora obter, a partir de (131)

$$C = \frac{P}{\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}} \quad \text{ou, que é o mesmo, } C = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

expressão que se calcula facilmente com o uso da tábua VII
(CAVALHEIRO, 1979, p.137)

De uma forma mais amistosa, a prestação é calculada mediante aplicação da fórmula apresentada a seguir onde, PMT é o valor da prestação, PV é o valor financiado, i a taxa de juros e n o número de prestação, A é a cota de amortização e J é a cota de juros

$$PMT = PV \times \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$PMT = A + J$$

É importante notar que na fórmula deste método o componente exponencial se apresenta de forma ostensiva e decorre da proposta inicial que é a descobrir o valor da prestação (renda) que produz o mesmo montante que um dado capital, ambos submetidos a juros a uma taxa i por n períodos em regime de capitalização.

4.6 Amortização a juros simples

A amortização, é a extinção gradativa de uma dívida, é dita a juros simples quando os juros são praticados em regime de capitalização simples, a dedução da fórmula da prestação mensal é dada pela comparação do montante do capital a juros simples com a fórmula do montante de uma série de pagamentos uniformes postecipada submetida a juros simples.

A amortização é a operação que consiste na extinção gradativa de uma dívida, por meio de pagamentos parcelados, ditos prestações, sendo mais comum o caso em que tais prestações são periódicas e constantes.

Em toda operação de amortização deve-se considerar, além da prestação P da taxa i de juros e do número n de prestações, o valor inicial C da dívida no ato de levantamento do capital. O valor final da operação é representado pela soma de todas as prestações e seus respectivos juros pagos no decorrer da operação e correspondente aos n' períodos a decorrer, aos $n-n'$ períodos decorridos. Ao valor assim desembolsado, antes do vencimento, para resgate das prestações a vencer, chama-se valor atual, A , da dívida e representa a diferença entre o valor final a ser atingido no tempo n e os juros correspondentes às n' prestações a vencer.

13.1.1 Dedução das fórmulas para o caso de pagamento postecipados.

Para a dedução das fórmulas, considere C o capital da dívida, P o valor de uma prestação e n o número de prestações. Como é claro, o valor definitivo assumido pelas n prestações, pagas no fim de cada período, a partir da fórmula (100) do montante de uma série de depósitos postecipados,

$$M = Pn \times \left[1 + \frac{i(n-1)}{2} \right]$$

Deve equivaler ao valor final atingido pelo capital da dívida acrescido dos seus juros

$$M = C \times (1 + in)$$

pode-se escrever então

$$C \times (1 + in) = Pn \times \left[1 + \frac{i(n-1)}{2} \right]$$

de que se obtém
$$P = C \cdot \frac{1 + in}{n \left(1 + \frac{i(n-1)}{2} \right)}$$

para o cálculo das prestações, e

$$C = P \cdot \frac{n \left(1 + \frac{i(n-1)}{2} \right)}{1 + in}$$

para o cálculo do capital da dívida.
(CAVALHEIRO, 1979, p. 129).

Assim, a fórmula de cálculo do valor da prestação constante a juros simples a uma taxa i por n períodos para uma melhor visualização pode ser expressa da seguinte forma.

$\text{Pr prestação} = \text{Capital} \times \frac{1 + (i \times n)}{n \times \left(1 + \frac{i \times (n-1)}{2} \right)}$

É importante notar que na fórmula deste método não existe nenhum componente exponencial.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas tabelas que serão apresentados a seguir será feita a apresentação e o estudo de um plano de amortização de um dado capital a uma taxa específica pelo Sistema Francês de Amortização – SFA a uma dada taxa que na sequência será estudado mediante o conceito de fluxo monetário para ao final concluir pela inclusão de juros em regime de capitalização mensal para então ofertar em alternativa um plano de amortização do mesmo capital à mesma taxa pelo sistema de amortização a juros simples.

5.1 Estudo prático do SFA ou Método da Tabela Price

5.1.1 Estudo da clássica apresentação do SFA

A tabela “1” a seguir apresenta o SFA desenvolvido para um empréstimo de \$1.000.000,00 de unidades monetárias a 15% por período a ser resgatado em 6 prestações iguais no valor de \$264.236,91 cada uma.

Tabela 1: SFA

Ordem	Juros	Amortização	Prestação	Saldo devedor
	15%			1.000.000,00
1	150.000,00	114.236,91	264.236,91	885.763,09
2	132.864,46	131.372,44	264.236,91	754.390,65
3	113.158,60	151.078,31	264.236,91	603.312,34
4	90.496,85	173.740,06	264.236,91	429.572,29
5	64.435,84	199.801,06	264.236,91	229.771,22
6	34.465,68	229.771,22	264.236,91	0,00
Soma	585.421,59	1.000.000,00	1.585.421,44	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme se verifica na tabela 1 o saldo devedor decorre da composição do valor da prestação e dos juros, mês a mês, e portanto diverge do saldo fluxo monetário entre o mutuante e o mutuário.

5.1.2 Estudo paradigma evidenciando o fluxo monetário

O fluxo monetário, ou seja, o fluxo de moeda, no objeto do estudo é representado pela quantidade de moeda movimentado do mutuante para o mutuário quando da entrega do capital emprestado e do mutuário para o mutuante quando dos pagamentos das prestações periódicas.

Ao contrário da clássica representação do SFA conforme apresentado na tabela “1” é possível apresentar o sistema de amortização evidenciando o fluxo monetário como base de cálculo dos juros e atingir o mesmo resultado que no sistema francês de amortização em sua clássica apresentação, conforme se verifica na tabela 2.

Tabela 2: SFA e o Fluxo Monetário.

A	B	C	D	E	F	G
n	Fluxo monetário	Saldo do fluxo monetário	Juros sobre o saldo do fluxo monetário	Juros sobre o saldo de juros acumulados	Saldo de juros acumulados (D + E + F _(n-1))	Saldo do mútuo (C + F)
	1.000.000,00	1.000.000,00				1.000.000,00
1	-264.236,91	735.763,09	150.000,00		150.000,00	885.763,09
2	-264.236,91	471.526,19	110.364,46	22.500,00	282.864,46	754.390,65
3	-264.236,91	207.289,28	70.728,93	42.429,67	396.023,06	603.312,34
4	-264.236,91	-56.947,63	31.093,39	59.403,46	486.519,91	429.572,29
5	-264.236,91	-321.184,53	-8.542,14	72.977,99	550.955,76	229.771,22
6	-264.236,91	-585.421,44	-48.177,68	82.643,36	585.421,44	0,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.3 Estudo comparativo das formas de apresentação

Antes que sejam comparados os valores da tabela “1” com os valores da tabela “2” é necessário evidenciar a coincidência do valor dos juros a cada mês na tabela “1” com o

valor dos juros a cada mês na tabela “2”. A tabela “2” em sua coluna F apresenta o saldo acumulado de juros ao final de cada período, sendo certo, portanto que os juros de cada período correspondem ao saldo de juros acumulados subtraído do saldo de juros acumulados verificado no período anterior.

A tabela 3 a seguir demonstra que a evolução dos saldos de juros acumulados apresentada na tabela 2 corresponde ao exato valor dos juros calculados mês a mês na tabela 1 da apresentação clássica do SFA e uma vez que na tabela 2 a evolução do saldo de juros decorre de juros simples e de juros sobre o saldo de juros a conclusão é de que todo este mecanismo ocorre na tabela 1 sem ser evidenciado.

Tabela 3: Evolução Saldos Juros acumulados

n	Juros do período tabela 1	O saldo de juros acumulados tabela 2	Operação	Evolução do saldo de juros acumulados
0		-		
1	150.000,00	150.000,00	150.000,00 - 0,00	150.000,00
2	132.864,46	282.864,46	282.864,46 - 150.000,00	132.864,46
3	113.158,60	396.023,06	396.023,06 - 282.864,46	113.158,60
4	90.496,85	486.519,91	486.519,91 - 396.023,06	90.496,85
5	64.435,84	550.955,76	550.955,76 - 486.519,91	64.435,84
6	34.465,68	150.000,00	585.421,44 - 550.955,76	34.465,68

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando se compara a tabela 2 com a tabela 1 são coincidentes os seguintes valores: o valor do capital mutuado, mês a mês, das prestações, dos juros e do saldo mensal do mútuo. A este ponto pode-se afirmar que na tabela 1 para todos os efeitos perceptíveis os juros mensais são calculados de forma singela sobre o saldo devedor do mês anterior que é a composição de prestações e juros, também se pode afirmar que na tabela 2 os juros do mês decorrem do saldo do fluxo monetário e da incidência direta e perceptível de juros sobre o saldo de juros, ou seja o que se apresenta a uma primeira análise como que juros simples na realidade consiste de juros compostos com a perfeita percepção dos juros incidindo sobre juros.

Na tabela 4 a seguir veja que o capital de \$1.000.000,00 acrescido de juros capitalizados mensalmente de 15% ao mês corresponde a soma das prestações, calculadas pelo SFA no valor de \$264.236,90 cada uma, acrescidas de juros capitalizados de 15% ao mês, ou seja, o mesmo conceito do qual decorre a dedução da fórmula da prestação no SFA, a equivalência de dois montes. O conceito aplicado equivale ao Sistema Americano de Amortização em que é criada uma poupança para amortizar o empréstimo ao final.

Tabela 4: SFA X SAA

n	Períodos	Capitalização da taxa	Fator capitalizado	Principal	Juros Capitalizados	Principal + juros
0	6	$(1 + 15\%)^6$	2,3130608	1.000.000,00	1.313.060,77	2.313.060,77
1	5	$(1 + 15\%)^5$	2,0113572	-264.236,91	-267.237,89	-531.474,80
2	4	$(1 + 15\%)^4$	1,7490063	-264.236,91	-197.915,09	-462.152,00
3	3	$(1 + 15\%)^3$	1,5208750	-264.236,91	-137.634,40	-401.871,31
4	2	$(1 + 15\%)^2$	1,3225000	-264.236,91	-85.216,40	-349.453,31
5	1	$(1 + 15\%)^1$	1,1500000	-264.236,91	-39.635,54	-303.872,44
6	0	$(1 + 15\%)^0$	1,0000000	-264.236,91	0,00	-264.236,91
				-585.421,44	585.421,44	0,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Findo o estudo do sistema de amortização a juros compostos denominado Sistema Francês de Amortização ou método da Tabela *Price* como alternativa na sequência tem-se estudo análogo de um sistema de amortização a juros simples com o mesmo capital, taxa de juros e forma de resgate do empréstimo.

5.2 Estudo do sistema de amortização a juros simples

Seja então a fórmula de cálculo da prestação constante para amortização de um capital em prestações periódicas a juros simples à taxa *i* por *n* períodos, aplicada a um capital de \$1.000.000,00 de unidades monetárias a ser resgatado em 6 prestações de igual valor à taxa de 15% por período.

$$Prestação = Capital \times \frac{1 + (i \times n)}{n \times \left(1 + \frac{i \times (n-1)}{2}\right)}$$

$$Prestação = 1.000.000,00 \times \frac{1 + (15\% \times 6)}{6 \times \left(1 + \frac{15\% \times (6-1)}{2}\right)} = 230.303,0303$$

A tabela 5 a seguir apresenta o Sistema de Amortização a Juros Simples, desenvolvido para um empréstimo de \$1.000.000,00 de unidades monetárias a 15% por período a ser resgatado em 6 prestações iguais no valor de \$230.303,03 cada uma.

Tabela 5: Amortização a Juros Simples

n	Fluxo Monetário	Saldo do fluxo monetário	Juros sobre o saldo do fluxo monetário	Saldo de juros acumulados	Saldo do mútuo
	1.000.000,00	1.000.000,00			1.000.000,00
1	-230.303,03	769.696,97	150.000,00	150.000,00	919.696,97
2	-230.303,03	539.393,94	115.454,55	265.454,55	804.848,48
3	-230.303,03	309.090,91	80.909,09	346.363,64	655.454,55
4	-230.303,03	78.787,88	46.363,64	392.727,27	471.515,15
5	-230.303,03	-151.515,15	11.818,18	404.545,45	253.030,30
6	-230.303,03	-381.818,18	-22.727,27	381.818,18	0,00
	-381.818,18		381.818,18		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na tabela 6 a seguir é demonstrado que o capital de \$1.000.000,00 acrescido de juros simples à taxa de 15% ao mês corresponde a soma das prestações, calculadas pelo SFA no valor de \$230.303,03 cada uma, acrescidas de juros simples de 15% ao mês, durante 6 períodos. O conceito aplicado equivale ao Sistema Americano de Amortização em que é criado uma poupança para amortizar o empréstimo ao final.

Tabela 6: Juros Simples X SFA X SAA

Ordem	Períodos para o final	Composição da taxa	Taxa no período	Principal	Juros Capitalizados	Principal + juros
0	6	15% x 6	90,00%	1.000.000,00	900.000,00	1.900.000,00
1	5	15% x 5	75,00%	-230.303,03	-172.727,27	-403.030,30
2	4	15% x 4	60,00%	-230.303,03	-138.181,82	-368.484,85
3	3	15% x 3	45,00%	-230.303,03	-103.636,36	-333.939,39
4	2	15% x 2	30,00%	-230.303,03	-69.090,91	-299.393,94

5	1	15% x 1	15,00%	-230.303,03	-34.545,45	-264.848,48
6	0	15% x 0	0,00%	-230.303,03	0,00	-230.303,03
				-381.818,18	381.818,18	0,00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como restou evidenciado, no modelo de amortização a juros simples em momento algum os juros integram a composição da base de cálculo dos juros dos períodos seguintes, em resumo, não capitaliza juros.

6. CONCLUSÃO

No que concerne às fórmulas inerentes ao SFA as mesmas tem origem na equivalência das fórmulas do montante de um capital submetido a juros em regime de capitalização composta com a fórmula do montante de uma série pagamentos uniformes a juros em regime de capitalização composta, para responder qual o valor de prestação que ao final de determinado tempo produz o mesmo montante que o capital.

Se a cada período, na apresentação clássica no método da Tabela *Price*, o saldo devedor é igual ao saldo devedor anterior deduzido da cota de amortização onde esta é igual a prestação deduzida dos juros, tem-se que o saldo devedor, base de cálculo dos juros, por substituição, corresponde ao saldo anterior acrescido dos juros e deduzido da prestação, mecanismo que evidencia a incidência de juros sobre juros.

De forma tabular restou demonstrado que os juros calculados periodicamente no SFA correspondem a evolução do saldo de juros calculados sobre o saldo de fluxo monetário acrescido de juros sobre o saldo de juros do mês anterior (Tabela 3). Ainda de forma tabular restou demonstrado que o montante do capital a juros capitalizado é igual ao montante das prestações a juros capitalizados (Tabela 4).

De forma mais incisiva do estudo resulta que a cada período os juros sobre o saldo anterior, correspondem ao valor dos juros anteriormente acrescidos ao saldo anterior, acrescido de juros sobre si, deduzido o valor dos juros da prestação abatida do saldo anterior. De forma equivalente, a cada período, os juros do período correspondem ao valor dos juros no primeiro mês, acrescido de juros capitalizados por p períodos menos 1 e deduzido o valor dos juros capitalizados por “p” períodos menos 1 sobre o valor da prestação.

Tabela 7: Saldo Comparativo

	Juro sobre juros do período anterior	Juros sobre prestação	Juros período atual	Taxa capitalizada de juros $\{(1+i)^{(p-1)}-1\}$	Juros dos juros 1º PERÍODO	Juros da prestação	Juros do período
1			150.000,00				150.000,00
2	22.500,00	-39.635,54	132.864,46	15,0000%	22.500,00	-39.635,54	132.864,46
3	19.929,67	-39.635,54	113.158,60	32,2500%	48.375,00	-85.216,40	113.158,60
4	16.973,79	-39.635,54	90.496,85	52,0875%	78.131,25	137.634,40	90.496,85
5	13.574,53	-39.635,54	64.435,84	74,9006%	112.350,94	197.915,09	64.435,84
6	9.665,38	-39.635,54	34.465,68	101,1357%	151.703,58	267.237,89	34.465,68

Fonte: Elaborado pelo autor.

No quadro anterior tem-se que:

$$Sd_{(p)} = Sd_{(p-1)} + J_{(p)} - P \Rightarrow Sd_{(p)} = Sd_{(p-1)} + Sd_{(p-1)} \times i - P \Rightarrow$$

$$Sd_{(p)} = Sd_{(p-1)} + \{Sd_{(p-2)} + J_{(p-1)} - P\} \times i - P \Rightarrow Sd_{(p)} = Sd_{(p-1)} + Sd_{(p-2)} \times i + \boxed{J_{(p-1)} \times i} - P \times i - P \Rightarrow$$

$$Sd_{(p)} = Sd_{(p-1)} + J_{(p-1)} + \boxed{J_{(p-1)} \times i} - P \times i - P$$

Onde os juros de ordem anterior multiplicado pela taxa caracterizam juros de juros. Da demonstração supra também é possível concluir que:

$$J_{(p)} = J_{(p-1)} + \boxed{J_{(p-1)} \times i} - P \times i, \text{ e que,}$$

$$J_{(p)} = J_{(1)} + J_{(1)} \times \{(1+i)^{(p-1)} - 1\} - P \times \{(1+i)^{(p-1)} - 1\}$$

Findo o estudo dos planos de amortização a juros compostos pelo SFA, restou demonstrada a visível capitalização de juros.

Em alternativa ao modelo de amortização a juros em regime de capitalização composta SFA, ou método da Tabela *Price*, foi apresentado o Sistema de Amortização a Juros Simples no qual a fórmula que define o valor da prestação decorre da equivalência da fórmula do montante de um capital a juros simples com a fórmula do montante de uma série de pagamentos a juros simples.

Tomando-se como base os mesmos valores, premissas de cálculo, utilizados no exemplo submetido às regras do SFA, para aplicar a fórmula do Sistema de Amortização a Juros Simples, que foram apresentados na Tabela 4. Na Tabela 5 restou demonstrado que o valor do montante das prestações submetidas a juros simples produz é igual ao valor do montante do capital submetido a juros simples.

No modelo apresentado no quadro 5 a soma dos desembolsos do mutuário totalizam \$1.381.818,18 enquanto que no modelo desenvolvido no quadro 1 pelo método do SFA o mutuário desembolsa a quantia de \$1.585.421,44 e uma vez que nos dois casos a única variável que mudou foi o método do sistema de amortização pode-se inferir que um capital de \$1.000.000,00 amortizado em 6 prestações mensais iguais a juros de 15% a.m. é \$203.603,26 mais oneroso ao mutuário quando praticado pelo SFA em comparação a um Sistema de Amortização a Juros Simples e que tal diferença decorre de capitalização de juros.

7. REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

BRASIL. Lei nº 10.406, de 10 de janeiro de 2002. **Código Civil**. Diário Oficial da União - República Federat1va do Brasil, Brasília, DF, 11 de jan. de 2002. Disponível em: <http://www.in.gov.br/visualiza/index.jsp?jornal=1&pagina=1&data=11/01/2002>. Acesso em 27/03/2013.

BRASIL. Supremo Tribunal Federal. **Resp. 446916 RS 2002/0080910-5**, Relator: Ministro RUY ROSADO DE AGUIAR em 31/03/2003 T4 – QUARTA TURMA, publicado no DJ 28.04.2003 p. 205 RSTJ vol. 182 p. 375. Disponível em:

<<http://www.jusbrasil.com.br/jurisprudencia/251399/recurso-especial-resp-446916-rs-2002-0080910-5-stj>>

BRASIL. TRIBUNAL REGIONAL FEDERAL DA 1ª REGIÃO, **AC 14709 GO 1998.00.014709-2** Relator: Desembargadora Federa Maria Isabel Galloti Rodrigues, SEXTA TURMA em 06/11/2006. Publicado em 27/11/2006 DJ p. 83. Disponível em: <<http://www.jusbrasil.com.br/jurisprudencia/2218505/apelacao-civel-ac-14709-go-19983500014709-2-trf1>>. Acesso em: 27/03/2013.

CARVALHO, Thales de Mello. **Matemática Comercial e Financeira: complementos de matemática**. 3ª ed. Rio de Janeiro: FENAME, 1975.

CAVALHEIRO, Luiz A. F. **Elementos de Matemática Financeira: operações a curto e longo prazo** – 3. ed. Rio de Janeiro: Ed Fundação Getúlio Vargas, 1979.

CAVALHEIRO, Luiz A. F.. **Elementos de matemática financeira**. 12 ed. Rio de Janeiro: Editora da Fundação Getúlio Vargas, 1992.

DEL MAR, Carlos Pinto. **Aspectos Jurídicos da Tabela Price**. 1 ed. 2001. São Paulo: Jurídica Brasileira.

D'AMBRÓSIO, Nicolau. **Matemática comercial e financeira: com complementos de matemática financeira e introdução ao cálculo**. 28 ed. São Paulo: Ed. Nacional, 1980.

FARO, Clovis de. **Matemática Financeira**. 5ª ed. Rio de Janeiro: APEC EDITORA S/A, 1974.

MOTTA, Luismar Vieira Da. Tabela *Price* as duas realidades da capitalização dos juros. **Informativo Bimestral do Conselho Regional de Administração de Minas Gerais**, n. 11, p. 6, fev./mar. 2006.

PIRES, Marco Antônio Amaral. **JUROS TABELA PRICE – Discussão no âmbito da perícia contábil**, Revista Brasileira de Contabilidade, n.155, set./out. de 2005, ISSN 01048341.

SAMANEZ, Carlos Patrício. **Matemática Financeira** 5ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

SANDRINI, Jackson Ciro. **Sistemas de amortização de empréstimos e a capitalização de juros: análise dos aspectos financeiros e patrimoniais**. 2007. Dissertação (Mestrado em Contabilidade) - Setor de Ciências Sociais Aplicadas - Curso de Pós-graduação em Contabilidade, UFP, Curitiba.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática Financeira**. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2000.

_____ **A capitalização dos juros e o conceito de anatocismo** – Site do Sindicato dos Economistas do Estado de São Paulo - http://www.sindecon-esp.org.br/template.php?pagina=neodownload/index&category=2&PAGE_ID=20&CONTENT_ID=27. Acesso em: 26 mar. 2013.